ಗಣಗಳ ನಿಯಮಗಳು : ಪರಿವರ್ತನಿಯ ನಿಯಮ : $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$

ಸಹವರ್ತನಿಯ ನಿಯಮ: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

ವಿಭಾಜಕ ನಿಯಮ : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ಡಿಮಾರ್ಗೋನ ನಿಯಮ : $(A \cup B)^1 = A^1 \cap B^1$ $(A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1$

ಗಣಗಳ ಗಣಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ :

$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$ $n(A) = n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(B)$

$n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(A)$ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

ಶ್ರೇಢಿಗಳು ಮತ್ತು ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಸೂತ್ರಗಳು :

	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ	ಗುಣೋತ್ತರಶ್ರೇಣಿ	ಹರಾತ್ಮಕ ಶ್ರೇಣಿ
ಮಾದರಿ ರೂಪ	a,a+d,a+2d,,....	a, ar, ar^2, ar^3,...	$\frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}$,........
ಸಾಮಾನ್ಯ ಉದಾಹರಣೆ	2,4,6,8,...... 1.4.7.10,........	2,4,8,....... 1,3,9,27,....	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$,...... $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$,......
n ನೇ ಪದ	$T_n = a + (n-1)d$	$T_n = a r^{n-1}$	$T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$
ಮಾಧ್ಯಗಳು	$A = \frac{a+b}{2}$	$G = \sqrt{ab}$	$H = \frac{2ab}{a+b}$
n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ	$S_n = \frac{n[2a+(n-1)]d}{2}$	1) $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ r>1 2) $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ r<1 3) $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ sum of ∞ terms	

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾಂತರಮಾಧ್ಯ(AM), ಗುಣೋತ್ತರಮಾಧ್ಯ(GM)ಮತ್ತು ಹರಾತ್ಮಕ ಮಾಧ್ಯ(HM)ಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ : $AM \geq GM \geq HM$

^nP_rನ ಅರ್ಥ: n ವಸ್ತುಗಳಿಂದ r ವಸ್ತುಗಳ (ಜೋಡಣೆಯ) ಕ್ರಮಯೋಜನೆಯ ವಿಧಗಳು

n! = 1x2x3x4x5x.......x n 5! = 5x4x3x2x1

$^nP_r = \frac{n!}{n-r\,!}$ $^nP_n = n!$ $^nP_1 = n$ $^nP_0 = 1$

^nC_rನ ಅರ್ಥ: n ವಸ್ತುಗಳಿಂದ r ವಸ್ತುಗಳ (ಆಯ್ಕೆಯ) ವಿಕಲ್ಪಗಳ ವಿಧಗಳು

$^nC_r = \frac{n!}{n-r\,!r!}$ $^nC_n = 1$ $^nC_1 = n$ $^nC_0 = 1$

$^nC_r = {}^nC_{n-r}$ $^nC_r = \frac{^nP_r}{r!}$

ಸಂಭವನೀಯತೆ :

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗ : ನಿಖರವಾದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಊಹಿಸಲಾಗದಿರುವ ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಉದಾ: ನಾಣ್ಯ ಚಿಮ್ಮುವುದು. ದಾಳಗಳನ್ನು ಉರುಳಿಸುವುದು.

ಫಲಿತ ಮತ್ತು ಫಲಿತಗಣ : ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಫಲಿತ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಗಳ ಗಣವನ್ನು ಫಲಿತ ಗಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಫಲಿತ ಗಣವನ್ನು S ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಘಟನೆ : ಫಲಿತ ಗಣದ ಉಪಗಣವನ್ನು ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ : ಒಂದು ಫಲಿತ ಗಣದಲ್ಲಿರುವ ಘಟನೆಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{\text{ಘಟನೆಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಫಲಿತಗಣದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ Note : $0 \leq P(A) \leq 1$

ಖಚಿತಘಟನೆ: ಪ್ರಯೋಗದ ಯತ್ನದಲ್ಲಿ ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಸಂಭವಿಸುವ ಘಟನೆಯನ್ನು ಖಚಿತಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಖಚಿತಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾ : ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ 6 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುವುದು.

ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ : ಪ್ರಯೋಗ ಯಾವುದೇ ಯತ್ನದಲ್ಲಿ ಸಂಭವಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಘಟನೆಯನ್ನು ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾ : ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರುವುದು.

ಪೂರಕಘಟನೆ : E_1 ಘಟನೆಯ ಪೂರಕ ಘಟನೆ E_2 ಆಗಿದ್ದರೆ ಘಟನೆ E_1 ಸಂಭವಿಸಿದಾಗ ಘಟನೆ E_2 ಸಂಭವಿಸಲಾಗದ ಘಟನೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. E ನ ಪೂರಕ ಘಟನೆಯನ್ನು $\bar{E}$ ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಉದಾ: ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಘಟನೆ A ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಾಗಿದ್ದು , ಘಟನೆ B ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯುವುದಾಗಿದ್ದರೆ ಆಗ A ಮತ್ತು B ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಸೂಚನೆ : $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

ಪರಸ್ಪರ ವರ್ಜ್ಯ ಘಟನೆಗಳು : ಎರಡು ಅಥವ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ವರ್ಜ್ಯ ಘಟನೆಗಳೆಂದು ಹೇಳಬೇಕಾದರೆ ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವಿಸುವಿಕೆಯು ಮತ್ತೊಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ತಡೆಯಬೇಕು.

E_1 & E_2 ಪರಸ್ಪರ ವರ್ಜ್ಯ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಸಂಕಲನ ನಿಯಮ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಸಂಕಲನ ನಿಯಮ : E_1 & E_2 ಪರಸ್ಪರ ವರ್ಜ್ಯ ಘಟನೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ : ಎರಡು ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಅವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ. A ಮತ್ತು B ಬೀಜೋಕ್ತಿಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ H ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ L ಆಗಿದ್ದರೆ ಆಗ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು 1) A X B = H X L

2) $A = \frac{H X L}{B}$ 3) $B = \frac{H X L}{A}$ 4) $H = \frac{A X B}{L}$ 4) $L = \frac{A X B}{H}$

ಕರಣಿಗಳ ಆಕರಣೀಕರಣ : ಒಂದು ಕರಣಿಯನ್ನು ಮತ್ತೊಂದು ಕರಣಿಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ದ ಮೂಲಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದನ್ನು ಕರಣಿಗಳ ಆಕರಣೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ ಸೂಚನೆ : ಏಕಪದ ಕರಣಿಗಳಿಗೆ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ **Note : 1)** ಏಕಪದ ಕರಣಿಗಳಿಗೆ ಏಕಪದ ಕರಣಿಗಳೇ ಅಕರಣೀಕಾರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. 2) ಏಕಪದ ಕರಣಿಗಳಿಗೆ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ 3) (a+b) ರೂಪದ ದ್ವಿಪದ ಕರಣಿಗಳಿಗೆ (a-b) ರೂಪದ ಕರಣಿಗಳು ಅಕರಣೀಕಾರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

	ಕರಣಿ	ಅಕರಣಿಕಾರಕ		ಕರಣಿ	ಅಕರಣಿಕಾರಕ
1	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	7	$\sqrt{5} - \sqrt{3}$	$\sqrt{5} + \sqrt{3}$
2	$3\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	8	$6\sqrt{x} - 4\ \overline{y}$	$6\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$
3	$\overline{x} + \overline{y}$	$\overline{x} + \overline{y}$	9	$5\sqrt{a} + 3\sqrt{b}$	$5\sqrt{a} - 3\sqrt{b}$
4	$-5\sqrt{x}$	$-\sqrt{x}$	10	$-10\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$-10\sqrt{a} - \sqrt{b}$
5	$4\ \overline{p} + \overline{q}$	$\overline{p} + \overline{q}$	11	$-\sqrt{7} + 3\sqrt{2}$	$-\sqrt{7} - 3\sqrt{2}$
6	$3 + \sqrt{2}$	$3 - \sqrt{2}$	12	$\sqrt[3]{a}$	$\sqrt[3]{a^2}$

ಯುಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ : ಎರಡು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾಗ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ ಎರಡು ಅನನ್ಯಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು q ಮತ್ತು r ಗಳು $a = bq + r,\ 0 \leq r \leq b$ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ . ಇದನ್ನು ಯುಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು :

ಆದರ್ಶರೂಪದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು $ax^2+bx+c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. (ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$)

ಆದರ್ಶರೂಪದ ಶುದ್ಧವರ್ಗಸಮೀಕರಣ $ax^2+c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ

b=0 ಆದರೆ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು $ax^2 + c = 0$ ಆಗುತ್ತದೆ.(ಇದನ್ನು ಶುದ್ಧವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)

$b \neq 0$ ಆದರೆ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು $ax^2+bx+c = 0$ ಆಗುತ್ತದೆ.(ಇದನ್ನು ಮಿಶ್ರವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ)

$a= 0$ ಆದರೆ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು $bx+c = 0$ ಆಗುತ್ತದೆ.(ಇದನ್ನು, ಸರಳ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ) $y= x^2$, $y= 2x^2$,.....ಗಳ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಪರವಲಯ ನಕ್ಷೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವು ಶೋಧಕ ($\blacktriangle = b^2-4ac$)ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುತ್ತದೆ		
	ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ ($\blacktriangle = b^2-4ac$.)	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
1	$b^2 - 4ac = 0$	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ.
2	$b^2 - 4ac > 0$	ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ.
3	$b^2 - 4ac < 0$	ಮೂಲಗಳು ಸಂಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ : $m+n = \frac{-b}{a}$

ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ: $mn = \frac{c}{a}$

m & n ಗಳು ಮೂಲಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವು $x^2 - (m+n)x + mn = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ವೃತ್ತಗಳು : ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ವಿಶಾಲಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
ಅಧಿಕವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಲಘುಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಫೈಥಾಗೋರಸನ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ : ಯಾವುದೇ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಬಾಹುಗಳು ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಫೈಥಾಗೋರಸನ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ

ನೇರಸಾಮಾನ್ಯ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥಸಾಮಾನ್ಯಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು

	ನೇರಸಾಮಾನ್ಯಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥಸಾಮಾನ್ಯಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
ಬೇರ್ಪಟ್ಟ ವೃತ್ತಗಳು	2	2
ಬಾಹ್ಯಸ್ಪರ್ಶ ವೃತ್ತಗಳು	2	1
ಅಂತಃಸ್ಪರ್ಶ ವೃತ್ತಗಳು	1	ಇಲ್ಲ
ಛೇದಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳು	2	ಇಲ್ಲ
ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು	ಇಲ್ಲ	ಇಲ್ಲ
ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದ	$\sqrt{d^2 - (R-r)^2}$	$\sqrt{d^2 - (R+r)^2}$

R ಮತ್ತು r ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳಿಗಿರುವ ದೂರ d ಆಗಿದ್ದರೆ

1)ಪರಸ್ಪರ ಬಾಹ್ಯಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ $d = R + r$

2) ಪರಸ್ಪರ ಅಂತಃಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ $d = R - r$

3) ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ $d < R + r$

4) ಪರಸ್ಪರ ದೂರವಿರುವ ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ $d > R + r$ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

<u>ಪ್ರಮೇಯ –1</u> :ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ . ಅಥವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ .

<u>ಪ್ರಮೇಯ –2</u> :ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ

<u>ಪ್ರಮೇಯ –3/ಫೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ</u>:ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ

<u>ಪ್ರಮೇಯ 4 :</u> ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದಾಗ , ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುತ್ತವೆ

<u>ಪ್ರಮೇಯ 5 :</u>ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು
ಅ) ಸಮವಾಗಿಯೂ ಆ) ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯೊಡನೆ ಸಮನಾದ ಕೋನವನ್ನು ಮತ್ತು ಇ) ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮವಾದ ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತದೆ .

<u>ಫೈಥಾಗೋರಸನ ತ್ರಿವಳಿಗಳು</u> : ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವ ಮೂರು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಫೈಥಾಗೋರೀಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.ಉದಾಹರಣೆಗೆ
ಅ) 3,4,5. ಆ) 5,12,13. ಇ) 8,15,17 ಈ)7,24,25 .ಉ)6,8,10.

<u>ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು</u> :

SinΘ = ಅಭಿಮುಖಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ   CosecΘ = ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖಬಾಹು

CosΘ = ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ   SecΘ = ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು

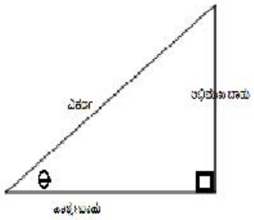
TanΘ = ಅಭಿಮುಖಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು   CotΘ = ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖಬಾಹು

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$\sin\theta = \frac{1}{cosec\theta}$ $cosec\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$



<u>ನಿರ್ದಿಷ್ಟಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು</u>:

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
Sinθ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosθ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tanθ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
cosecθ	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
secθ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N.D
cotθ	N.D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

<u>ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು</u> :

1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

2) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

3) $1 + \cot^2\theta = cosec^2\theta$

<u>ಪೂರಕಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು</u> :

$\sin(90^0 - A) = \cos A$ $\sin(90^0 - A) = \cos A$
$cosec(90^0 - A) = \sec A$ $\sec(90^0 - A) = cosec A$
$\tan(90^0 - A) = \cot A$ $\cot(90^0 - A) = \tan A$

<u>ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ</u> :

<u>ಕ್ಷಿತಿಜರೇಖೆ</u> : ಭೂಮಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಕ್ಷಿತಿಜ ರೇಖೆ ಎನ್ನುವರು.

<u>ಲಂಬರೇಖೆ</u> : ಕ್ಷಿತಿಜ ರೇಖೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಲಂಬರೇಖೆ ಎನ್ನುವರು.

<u>ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು</u> : ಲಂಬಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಕ್ಷಿತಿಜದೂರಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇಳಿಜಾರು $(m) = \tan\Theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಸಮನಾದ ಇಳಿಜಾರನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ($m_1 = m_2$)
ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಲಂಬವಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಇಳಿಜಾರುಗಳ ಗುಣಲಬ್ದ –1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ($m_1 \times m_2 = -1$)

ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಇಳಿಜಾರು m ಮತ್ತು ಅದರ y ಅಂತಃಛೇದ c ಆಗಿದ್ದಾಗ ಅದರ ಸಮೀಕರಣವು $y = mx + c$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ .

<u>ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ</u>: (x_1,y_1) & (x_2,y_2) ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸುವ ಸೂತ್ರ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ಮೂಲಬಿಂದು (0,0) ವಿನಿಂದ ಬಿಂದು A(x,y)ಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಬಳಸುವ ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{x^2 + y^2}$

<u>ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ</u> : p ಬಿಂದು AB [ಇಲ್ಲಿ $A(x_1,y_1)$ ಮತು $B(x_2,y_2)$] ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದ್ದಾಗ p ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು of $P(x,y) = \left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

<u>ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ</u> : $A(x_1,y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2,y_2)$ಗಳಿಂದ ಏರ್ಪಡುವ ರೇಖೆಯನ್ನು m:n ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದು $P(x,y) = \left(\frac{mx_2+mx_1}{m+n}, \frac{my_2+my_1}{m+n}\right)$

<u>ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ</u> :

ಸರಾಸರಿ , ಮಾನಕವಿಚಲನೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಪಿನಗುಣಾಂಕ		
	ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳು	ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳು
ಸರಾಸರಿ	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$
ನೇರವಿಧಾನ	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$
ನೈಜಸರಾಸರಿವಿಧಾನ	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$
ಅಂದಾಜುಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$
ಹಂತವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2} \times C$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times C$
ಮಾರ್ಪಿನ ಗುಣಾಂಕ	$C.v = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}}$	

<u>ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ</u> :

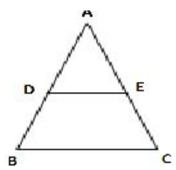
	ಪಾರ್ಶ್ವ /ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲೆಂಡರ್	$A = 2\pi rh$	$A = 2\pi r(r+h)$	$V = \pi r^2 h$
ಶಂಕು	$A = \Pi rl$	$A = \pi r(r+l)$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
ಗೋಳ	$A = 4\pi r^2$	$A = 4\pi r^2$	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$A = 2\pi r^2$	$A = 3\pi r^2$	$V = \frac{2\pi r^2}{3}$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi[(r_1+r_2)l + r_1^2 + r_2^2]$	$\frac{\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)}{3}$

<u>ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು</u> : $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$ $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
$(x+a)(x+b) = x^2+x(a+b)+ab$ $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$
$(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$ $a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)$
$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab)$ $(x+a)(x+b)(x+c) =$
$x^3+x^2(a+b+c)+x(ab+bc+ca)+abc$
$a^3+b^3+c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

<u>ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ</u> :: 1 ಕುಂಟೆ = 33ಅಡಿ X 33ಅಡಿ1 ಎಕರೆ = 40 ಕುಂಟೆ

1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 100ಮೀ X 100ಮೀ = 10000ಚಮೀ = 2.5 ಹೆಕ್ಟೇರ್



<u>ಥೇಲ್ಸನ ಪ್ರಮೇಯ</u> : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ತ್ರಿಭುಜ ABC ನಲ್ಲಿ DE II BC ಆಗಿದ್ದರೆ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{DC}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

<u>ಥೇಲ್ಸನ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ</u> : ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ

ತ್ರಿಭುಜ ABC ನಲ್ಲಿ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{DC}$ ಆಗಿದ್ದರೆ DE II BC ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

<u>ಥೇಲ್ಸನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ</u> :ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದಾಗ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜ ABC ನಲ್ಲಿ DE II BC ಆಗಿದ್ದರೆ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

****************************ಶಿವಪ್ರಸನ್ನ.********************************